

數學資料庫網站資源創作比賽 06/07

組別：高級組（中四至中七）

作者：楊善鈞

就讀學校：香港培正中學

題目：翻幣遊戲

獎項：特別獎、金獎

評判對作品的評語：

區國強教授：

這篇文章討論以下的問題，給定若干個(n)硬幣，反面朝上，每一步容許把其中 k 個翻過來，究竟最少用多少步才能令所有硬幣正面朝上？文章先探討了 k 是偶數的情況，因為在此情況下， n 不能是奇數，比較簡單；然後再對 k 是奇數時，各個情況逐一討論。

這個問題的解答其實不難，在各個不同的情況下，都是使用很類似的方法，只有輕微的變動。作者應考慮把不同部分共通的地方，有效的組織起來，減少重覆。這樣文章的篇幅當然簡短了，讀起來就更通順了。此外，文章每個不同情況都附有一個例子，這本來是不錯的安排，但有些時候，並未能有效地把例子與一般的討論連上。最後關於對稱的觀點，可以多花一點筆墨。

蕭文強教授：

作者富探究精神，肯用心思考。文章把一個貌似簡單的數學趣題由頭至尾作了一次細緻的分析。也許不同的類型劃分，使文章的解釋清晰程度不一，某些部分讀起來不如別的部份來得暢順。

答案是正確的，但有較方便的等價表述方式。一個較方便的表述形式是：

S =最少次數

- (1) (i) 若 k 是偶數， n 是偶數，且 $k=n$ ，則 $S=1$ 。
(ii) 若 k 是偶數， n 是偶數，且 $k<n<2k$ ，則 $S=3$ 。
(iii) 若 k 是偶數， n 是偶數，且 $2k\leq n$ ，則 $S=\lceil n/k \rceil$ 。
(iv) 若 k 是偶數， n 是奇數，則不可能做到。
- (2) (i) 若 k 是奇數， n 是奇數，且 $k=n$ ，則 $S=1$ 。
(ii) 若 k 是奇數， n 是偶數，且 $k<n<2k$ ，則

$$S = \begin{cases} \lceil n/(n-k) \rceil & \text{當 } \lceil n/(n-k) \rceil \text{ 是偶數} \\ \lceil n/(n-k) \rceil + 1 & \text{當 } \lceil n/(n-k) \rceil \text{ 是奇數} \end{cases}。$$

(iii) 若 k 是奇數， n 是奇數，且 $k < n < 2k$ ，則 $S=3$ 。

(iv) 若 k 是奇數， n 是偶數，且 $2k \leq n$ ，則

$$S = \begin{cases} \lceil n/k \rceil & \text{當 } \lceil n/k \rceil \text{ 是偶數} \\ \lceil n/k \rceil + 1 & \text{當 } \lceil n/k \rceil \text{ 是奇數} \end{cases}$$

(v) 若 k 是奇數， n 是奇數，且 $2k \leq n$ ，則

$$S = \begin{cases} \lceil n/k \rceil + 1 & \text{當 } \lceil n/k \rceil \text{ 是偶數} \\ \lceil n/k \rceil & \text{當 } \lceil n/k \rceil \text{ 是奇數} \end{cases}$$

總結的表在“ k 為偶數， n 不為 k 的倍數”那一欄應作如下勘誤：

$n=km+t$ ， $m \geq 2$ ， $t < k$ ， t 為偶數

$n=km+t$ ， $m=1$ ， $t < k$ ， t 為奇數